

Найбільший спільний дільник (НСД) і найменше спільне кратне (НСК)

Найбільшим дільником кількох натуральних чисел називають найбільше натуральне число, на яке ділиться кожне з даних чисел.

Найбільший спільний дільник (НСД) кількох чисел дорівнює добутку спільних простих множників цих чисел.

Щоб знайти НСД кількох чисел, достатньо:

- 1) розкласти дані числа на прості множники;
- 2) виписати всі спільні прості множники в знайдених розкладах і обчислити їх добуток.

Будь-які натуральні числа мають як мінімум один спільний дільник – це 1.

Числа називають взаємно простими, якщо їх НСД дорівнює 1.

Приклади:

$$\text{НСД}(68; 102) = 2 \cdot 17 = 34$$

$68 = \underline{2^2} \cdot \underline{17}$

68		2
34		2
17		17
1		

$102 = \underline{2} \cdot 3 \cdot \underline{17}$

102		2
51		3
17		17
1		

Коментар. Коли ми розклали числа на множники, щоб знайти їх НСД, ми підкреслили степені із однаковими основами і обрали ті з них, показник степеня яких є МЕНШИМИ або рівними.

$$\text{НСД}(480; 336) = 2^4 \cdot 3 = 48$$

$480 = \underline{2^5} \cdot \underline{3} \cdot 5$

480		2
240		2
120		2
60		2
30		2
15		3
5		5
1		

$336 = \underline{2^4} \cdot \underline{3} \cdot 7$

336		2
168		2
84		2
42		2
21		3
7		7
1		

$$\text{НСД}(32, 96, 112) = 2^4 = 16$$

$$32 = \underline{2^5}$$

$$\begin{array}{r|l} 32 & 2 \\ 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

$$96 = \underline{2^5} \cdot 3$$

$$\begin{array}{r|l} 96 & 2 \\ 48 & 2 \\ 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$112 = \underline{2^4} \cdot 7$$

$$\begin{array}{r|l} 112 & 2 \\ 56 & 2 \\ 28 & 2 \\ 14 & 2 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$\text{НСД}(63; 80) = 1$$

$63 = 3^2 \cdot 7$; $80 = 2^4 \cdot 5$ (Числа 63 і 80 не мають спільних множників крім 1, тому вони взаємно прості)

$\text{НСД}(60; 15) = 15$ (Якщо помітити, що 60 націло ділиться на 15, то можна одразу записати їх НСД)

Інші приклади:

$$\begin{array}{r|l} 1) \quad 204 & 2 \\ 102 & 2 \\ 51 & 3 \\ 17 & 17 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 420 & 2 \\ 210 & 2 \\ 105 & 3 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2) \quad 144 & 2 \\ 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 324 & 2 \\ 162 & 2 \\ 81 & 3 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$\text{НСД}(204; 420) = 2^2 \cdot 3 = 12;$$

$$\text{НСД}(144; 324) = 2^2 \cdot 3^2 = 36;$$

$$\begin{array}{r|l} 3) \quad 625 & 5 \\ 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 875 & 5 \\ 175 & 5 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 4) \quad 126 & 2 \\ 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 378 & 2 \\ 189 & 3 \\ 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$\text{НСД}(625; 875) = 5^3 = 125;$$

$$\text{НСД}(126; 378) = 2 \cdot 3^2 \cdot 7 = 126.$$

Найменшим спільним кратним (НСК) кількох натуральних чисел називають найменше натуральне число, яке ділиться на кожне з даних чисел.

Щоб знайти НСК двох чисел достатньо:

- 1) розкласти дані числа на прості множники;
- 2) доповнити розклад одного з них тими множниками розкладу другого числа, яких не вистачає у розкладі першого;

3) обчислити добуток знайдених множників.

НСК взаємно простих чисел дорівнює добутку цих чисел.

Приклади:

$$\text{НСК}(14; 21) = 2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$$

$$14 = 2 \cdot 7$$

$$21 = 3 \cdot 7$$

$$\text{НСК}(420; 560) = 2^4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 1680$$

$$420 = \underline{2^2} \cdot 3 \cdot \underline{5}$$

$$560 = \underline{2^4} \cdot \underline{5} \cdot 7$$

420		2
210		2
105		3
35		5
7		7
1		

560		2
280		2
140		2
70		2
35		5
7		7
1		

Коментар. Коли ми розклали числа на множники, щоб знайти їх НСК, ми підкреслили степені із однаковими основами і обрали ті з них, показник степеня яких є БІЛЬШИМИ або рівними і доповнюємо розклад одного з них тими множниками розкладу другого числа, яких не вистачає у розкладі першого.

$$\text{НСК}(12; 16; 20) = 2^4 \cdot 3 \cdot 5 = 240$$

$$12 = 2^2 \cdot 3 \quad 16 = 2^4 \quad 20 = 2^2 \cdot 5$$

$$\text{НСК}(6; 25) = 6 \cdot 25 = 150 \text{ (Числа 6 і 25 взаємно прості)}$$